

SILESIAN UNIVERSITY IN OPAVA  
FACULTY OF PHILOSOPHY AND SCIENCE



# INTERACTION OF MESONS IN HADRONIC MEDIUM AND RELATED PROCESSES

**Abstract of Doctoral Thesis**

Branch: Theoretical Physics and Astrophysics

Supervisor: Prof. Ing. Peter Lichard, DrSc.

JOSEF JURÁŇ

OPAVA 2008



SLEZSKÁ UNIVERZITA V OPAVĚ  
FILOZOFICKO-PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA



# INTERAKCE MEZONŮ V HADRONOVÉM PROSTŘEDÍ A SOUVISEJÍCÍ PROCESY

**Autoreferát disertační práce**

Obor: Teoretická fyzika a astrofyzika

Školitel: Prof. Ing. Peter Lichard, DrSc.

JOSEF JURÁŇ

OPAVA 2008

*Školící pracoviště:* Ústav fyziky (Department of Physics)  
Filozoficko-přírodovědecká fakulta (Faculty of Philosophy and Science)  
Slezská univerzita v Opavě (Silesian University in Opava)  
Bezručovo nám. 13  
746 01 Opava  
Česká republika (Czech Republic)

*Doktorand:* RNDr. Josef Juráň  
Ústav fyziky FPF SU

*Školitel:* Prof. Ing. Peter Lichard, DrSc.  
Ústav fyziky FPF SU

*Konzultant:* Doc. RNDr. Emil Běták, DrSc.  
Fyzikálny ústav  
Slovenská akadémia vied  
Dúbravská cesta 9  
845 11 Bratislava  
Slovenská republika

*Oponenti:* Prof. RNDr. Ján Pišút, DrSc.  
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky  
Univerzita Komenského  
Mlynská dolina  
842 48 Bratislava  
Slovenská republika

Ing. Jiří Hošek, DrSc.  
Oddělení teoretické fyziky  
Ústav jaderné fyziky  
Akademie věd České republiky  
250 68 Řež  
Česká republika

*Předseda oborové rady:* Prof. RNDr. Zdeněk Stuchlík, CSc.  
Ústav fyziky FPF SU

Výsledky tvořící disertaci byly získány během doktorandského studia na Filozoficko-přírodovědecké fakultě Slezské univerzity v Opavě v letech 2002–2008. Tato práce byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy České republiky smlouvami MSM6840770029, MSM4781305903 a LC07050.

Obhajoba se koná dne 18. září 2008 v 12:30 hod v seminární místnosti Ústavu fyziky (číslo dveří 316, 2. patro), budova FPF SU, Bezručovo nám. 13, Opava.

S disertací je možné se seznámit na sekretariátu Ústavu fyziky (číslo dveří 320, 2. patro), budova FPF SU, Bezručovo nám. 13, Opava.

Autoreferát byl rozeslán dne .....

# Obsah

<b>1</b>	<b>Úvod</b>	<b>6</b>
<b>2</b>	<b>Některé charakteristiky reakcí částic</b>	<b>8</b>
2.1	Reakční výtěžek . . . . .	8
2.2	Reakční výtěžek v reakci $1 + 2 + \dots + I \rightarrow a + b$ . . . . .	9
2.3	Reakční výtěžek v reakci $1 + 2 + \dots + I \rightarrow a + b + c$ . . . . .	10
2.4	Další charakteristiky částic . . . . .	10
<b>3</b>	<b>Mezon <math>\phi</math> v hadronovém plynu</b>	<b>12</b>
3.1	Hlavní výsledky . . . . .	14
<b>4</b>	<b>Kolizní šířka kaonu</b>	<b>16</b>
4.1	Hlavní výsledky . . . . .	17
<b>5</b>	<b>Produkce dileptonů v interakcích mezi piony</b>	<b>18</b>
5.1	Elektron-pozitronová anihilace na čtyři piony . . . . .	19
5.2	Hlavní výsledky . . . . .	22
	<b>Reference</b>	<b>23</b>
<b>A</b>	<b>Seznam souvisejících publikací</b>	<b>25</b>
<b>B</b>	<b>Prohlášení</b>	<b>26</b>
B.1	Prohlášení autora . . . . .	26
B.2	Prohlášení spoluautora . . . . .	26
<b>C</b>	<b>Abstract</b>	<b>27</b>

---

Disertační práci a tento autoreferát je možné stáhnout ve formátu pdf z následujících adres:  
<http://fpf.slu.cz/~fx999016/disertace.pdf>, resp.  
<http://fpf.slu.cz/~fx999016/autoreferat.pdf>.

# Kapitola 1

## Úvod

Dnešní velké urychlovače částic (jako např. **Relativistic Heavy Ion Collider** v Brookhaven National Laboratory, USA nebo **Super Proton Synchrotron** v CERN, EU) dokáží urychlit těžké ionty (např. zlata nebo olova) téměř na rychlost světla a jejich následnými srážkami vytvořit velice horké a husté systémy mnoha částic. Tímto systémem může být hadronový plyn nebo kvark-gluonová plazma, popř. jejich smíšený stav [1, 2, 3]. My se budeme zabývat pouze hadronovým plynem. Počáteční stav takto vytvořeného systému může být různý. Všeobecně je přijat názor, že se systém krátce po svém vzniku ( $t \approx 10^{-23}$  s) dostává do tepelné rovnováhy. To je způsobeno interakcemi mezi částicemi. V tomto systému až několika tisíců částic probíhají různé reakce typu

$$1 + 2 + \dots + I \rightarrow a + b + \dots + F \quad (1.1)$$

kde  $I$ ,  $F$  je počet počátečních, resp. koncových částic. Celkový počet částic zúčastněných v dané reakci (1.1) označme  $N$ ,  $N = I + F$ . Interakcemi mezi částicemi systém spěje k termodynamické rovnováze. Pak je počet přímých  $I \rightarrow F$  a obrácených  $F \rightarrow I$  reakcí roven. Systém se s rostoucím časem rozpíná a chladne až nakonec interakce mezi částicemi prakticky ustanou.

Takto vytvořené silně interagující systémy se studují pomocí různých částic (tzv. sond) z nich pocházejících. Informace z nich získané pomáhají v rekonstrukci vývoje systému, tj. propojení pozorovaného konečného stavu a nepozorovatelné srážkové (kolizní) historie. Podle typu požadované informace o systému volíme sondu a následně se snažíme registrovat její signál. Např. elektromagnetické signály [4, 5] jsou vhodné ke studiu různých fází takto vytvořeného systému, protože jakmile jsou vytvořeny ihned opouštějí systém. Naproti tomu hadrony silně interagují a dochází tedy k jejich srážkám a rozptylům v tomto expandujícím systému. Čili hadronové signály přinášejí informaci především z doby, kdy je již systém "průhledný" a k dalším srážkám téměř nedochází.

Vektorové mezony jsou vhodnými nástroji pro sondáž takového systému. Jsou to tzv. rezonance. Rezonance je typ částice, která žije velmi krátce. Střední doba života je řádově  $\tau \approx 10^{-23}$  s. Rezonance se rozpadají vlivem silné interakce a to

různými způsoby, tzv. kanály. Rezonanci lze přiřadit veličinu zvanou rozpadová šířka  $\Gamma$ , která je charakteristická pro každou rezonanci. Se střední dobou života rezonance  $\tau$  souvisí vztahem  $\Gamma = \hbar\tau^{-1}$ .

Chování částic v hmotném prostředí je obecně jiné od chování ve vakuu [6, 7, 8, 9]. Částice nacházející se v takto vytvořeném hustém hmotném prostředí interaguje s ostatními částicemi systému přičemž dochází k mnohonásobným rozptylům, anihilaci, opětovné kreaci a dále pokud je částice nestabilní může dojít také k jejímu samotnému rozpadu. Její kreace, propagace a případný rozpad může být velmi ovlivněn mnohočásticovou dynamikou systému. Dochází ke změně charakteristik částice jako např. hmotnostní posun nebo u nestabilní částice k rozšíření její rozpadové šířky. Proto znalost chování vektorových mezonů při nenulových teplotách je důležitá pro systémy vytvořené v ultrarelativistických srážkách těžkých iontů.

V horkém a hustém hadronovém plynu dochází mezi částicemi k mnoha srážkám. Nejčastěji jsou počítány tyto srážky jako reakce, kde v počátečním a koncovém stavu vystupují dvě částice, tzv. binární reakce. Vystupuje-li však v počátečním stavu rezonance, nemusí být tento přístup správný. Rezonanci totiž musíme přiřadit jistou pevnou hmotnost, která však může být ve skutečnosti značně rozmazána. Rezonance může s jistou nenulovou pravděpodobností existovat i s jinou hmotností než nominální. Tato skutečnost se obvykle popisuje zavedením spektrálních funkcí rezonancí, které jsou však silně modelově závislé. Proto je realističtější zahrnout i popis tvorby rezonance a to ve srážkách stabilních částic. Tento způsob bere do úvahy i případné interference, které jsou jinak ignorovány. Například těch částic, na které se rezonance nejčastěji rozpadá. Podobně, vystupuje-li rezonance jako koncová částice nějaké reakce, dopouštíme se i zde jisté nepřesnosti. V experimentu se totiž v koncovém stavu rezonance nepozoruje, ale měří se energie a hybnosti jejich rozpadových produktů. Proto je vhodné zahrnout rozpad rezonance i do teoretického popisu celého procesu. Obecně je tedy vhodnější počítat srážky s rezonancemi jako vícečásticové reakce. Binární reakce mohou v těchto případech sloužit jako první přiblížení.

V disertační práci se ve druhé kapitole obecně věnujeme některým charakteristikám částice, které mají souvislost s pohybem částice v hmotném prostředí. Získané vztahy jsou v následujících kapitolách aplikovány na konkrétní procesy. Ve třetí kapitole počítáme střední kolizní šířku  $\phi$  mezonu. Čtvrtá kapitola se věnuje výpočtu kolizní šířky kaonu se zadanou energií. V páté kapitole se zmíníme o produkci dileptonů v interakcích mezi piony. Konkrétně je spočten proces opačný a to anihilace elektronu s pozitronem na čtyři piony. Tento výpočet slouží k určení Lagrangiánu  $a_1\rho\pi$  interakce. To je založeno na dvou člancích, které byly publikovány ve *Physical Review D* (příloha A). Určení Lagrangiánu  $a_1\rho\pi$  interakce představuje přípravu na výpočty reakčního výtěžku dileptonů z interakcí čtyř pionů. Vše je počítáno na stromové úrovni. Výpočty byly naprogramovány v počítačovém kódu jazyka Fortran 77, přičemž byly použity některé subrutiny cernovské knihovny. Převážně je používána přirozená soustava jednotek ( $\hbar = 1, c = 1$ ).

# Kapitola 2

## Některé charakteristiky reakcí částic

### 2.1 Reakční výtěžek

Jednou ze základních charakteristik reakce (1.1) je tzv. reakční výtěžek (angl. rate), ozn.  $R$ . Ten udává počet interakcí za jednotku času a v jednotkovém objemu. Konvolucí pravděpodobnosti přechodu s hustotou stavů koncových částic a hybnostní distribucí počátečních částic získáváme pro reakční výtěžek vztah

$$R = \int d\Phi_I \int d\Phi_F (2\pi)^4 \delta(P_I - P_F) \sum_{\lambda_1, \dots, \lambda_I} \sum_{\lambda_a, \dots, \lambda_F} |\mathcal{M}_{I \rightarrow F}|^2, \quad (2.1)$$

kde  $P_I = \sum_{i=1}^I p_i$ ,  $P_F = \sum_{f=a}^F p_f$  je celková počáteční, resp. koncová čtyřhybnost částic,  $\lambda_n$   $n = 1, \dots, N$  označují polarizace nebo spiny částic a  $\mathcal{M}_{I \rightarrow F}$  je amplituda dané reakce. Ta v sobě skrývá charakter interakce, která může být modelově závislá. V případě volného plynu v termodynamické rovnováze lze psát

$$d\Phi_I = \prod_{i=1}^I \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_i} f_i(E_i),$$
$$d\Phi_F = \prod_{f=a}^F \frac{d^3 p_f}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_f} F_f(E_f),$$

kde  $E_i$ ,  $\mathbf{p}_i$  ( $E_f$ ,  $\mathbf{p}_f$ ) jsou energie, resp. hybnosti počátečních (resp. koncových) částic v souřadném systému spojeném s tepelnou lázní. Dále

$$f_n(E_n^{\{j\}}) = \frac{1}{e^{(E_n^{\{j\}} - \mu_n)/T} \pm 1} \quad n = 1, \dots, N$$

jsou Fermi–Diracovo (+) nebo Bose–Einsteinovo (–) obsazovací číslo částic  $n$ . To udává střední počet částic v daném  $\{j\}$ -tém kvantovém stavu s příslušnou energií  $E^{\{j\}}$ , kde  $\{j\}$  může být množina kvantových čísel. Zde  $T$  je teplota tepelné lázně a  $\mu$  je chemický potenciál částice. Veličiny  $F_f(E_f) = 1 \mp f_f(E_f)$  jsou Fermi–Diracův snižující (–) nebo Bose–Einsteinův zvyšující (+) faktor koncových částic.

## 2.2 Reakční výtěžek v reakci $1 + 2 + \dots + I \rightarrow a + b$

Odvodme nyní vztah pro reakční výtěžek v případě reakce, kde v koncovém stavu vystupují dvě částice. Přepíšeme vztah (2.1) na tvar

$$R = (2\pi) \int d\Phi_I F_{out}, \quad (2.2)$$

kde nyní konkrétně

$$F_{out} = \int \prod_{f=a,b} \left[ \frac{d^3 p_f}{(2\pi)^3} \frac{F_f(E_f)}{2E_f} \right] (2\pi)^3 \delta(P_I - p_a - p_b) \sum_{\lambda_1, \dots, \lambda_I} \sum_{\lambda_a, \lambda_b} |\mathcal{M}_{I \rightarrow 2}|^2. \quad (2.3)$$

Diracova funkce nám dává možnost provést částečnou integraci. Uvažujme nyní těžišťový systém počátečních částic. K němu vztažené veličiny budeme označovat hvězdičkou. Tedy  $\mathbf{P}_I^* = 0$ . Pak lze Diracovu funkci v (2.3) přepsat na tvar součinu dvou Diracových funkcí

$$\delta(P_I^* - p_a^* - p_b^*) = \delta(\sqrt{s} - E_a^* - E_b^*) \delta(\mathbf{p}_a^* + \mathbf{p}_b^*),$$

kde  $s$  je v těžišťovém systému počátečních částic kvadrátem jejich celkové energie. Druhá Diracova funkce v tomto součinu nám umožní prointegrovat např. přes  $d^3 p_b^*$ , čili v amplitudě  $\mathcal{M}_{I \rightarrow 2}$  se nahradí  $\mathbf{p}_b^*$  za  $-\mathbf{p}_a^*$ , ozn.  $\mathcal{M}'_{I \rightarrow 2}$ . Element  $d^3 p_a^*$  přepíšeme na tvar  $p_a^{*2} dp_a^* d\Omega_a^*$ , kde  $p_a^* = |\mathbf{p}_a^*|$  a  $d\Omega_a^*$  je element prostorového úhlu koncové částice  $a$  v těžišťovém systému počátečních částic. V dalším využijeme relaci

$$\delta[\varphi(p)] = \sum_j \frac{\delta(p - p_j)}{|\varphi'(p_j)|},$$

kde se sumuje přes všechny jednonásobné kořeny  $p_j$  rovnice  $\varphi(p) = 0$ . V našem případě má první Diracova funkce jen jeden kořen a to

$$\hat{p}_a^* = \frac{1}{2\sqrt{s}} \sqrt{\lambda(s, m_a^2, m_b^2)}, \quad (2.4)$$

kde  $\lambda(x, y, z)$  je tzv. trojúhelníková funkce

$$\lambda(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz - 2yz. \quad (2.5)$$

Tedy  $|\varphi'(\hat{p}_a^*)| = (\hat{p}_a^* \sqrt{s}) / (E_a E_b)$ . Po dosazení a prointegrovaní přes  $dp_a^*$  dostáváme

$$F_{out} = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{\hat{p}_a^*}{4\sqrt{s}} \int d\Omega_a^* F_a(E_a) F_b(E_b) \sum_{\lambda_1, \dots, \lambda_I} \sum_{\lambda_a, \lambda_b} |\mathcal{M}'_{I \rightarrow 2}|^2.$$

Celkově tedy pro reakční výtěžek získáváme vztah

$$R = \frac{1}{16\pi^2} \int d\Phi_I \frac{\hat{p}_a^*}{\sqrt{s}} \int d\Omega_a^* F_a(E_a) F_b(E_b) \sum_{\lambda_1, \dots, \lambda_I} \sum_{\lambda_a, \lambda_b} |\mathcal{M}'_{I \rightarrow 2}|^2, \quad (2.6)$$

kde energie koncových částic v systému tepelné lázně  $E_a, E_b$  jsou dány vztahy  $E_{a,b} = s^{-1/2} [E_I E_{a,b}^* \pm \mathbf{P}_I \cdot \mathbf{p}_a^*]$ , kde  $E_I$  a  $\mathbf{P}_I$  jsou celková energie a hybnost počátečních částic v systému termální lázně.

## 2.3 Reakční výtěžek v reakci $1+2+\dots+I \rightarrow a+b+c$

Nyní odvodíme vztah pro reakční výtěžek v případě reakce, kde v koncovém stavu vystupují tři částice. S využitím vztahu (2.1) a (2.2) lze veličinu  $F_{out}$  psát ve tvaru

$$F_{out} = \frac{1}{2^3(2\pi)^6} \int \frac{d^3p_a}{E_a} \frac{d^3p_b}{E_b} \frac{d^3p_c}{E_c} \delta(P_I - p_a - p_b - p_c) \times \\ F_a(E_a) F_b(E_b) F_c(E_c) \sum_{\lambda_1, \dots, \lambda_I} \sum_{\lambda_a, \lambda_b, \lambda_c} |\mathcal{M}_{I \rightarrow 3}|^2. \quad (2.7)$$

Pomocí relace mezi Diracovými funkcemi

$$\delta(P_I - p_a - p_b - p_c) = \delta(P_I - P_{ab} - p_c) \delta(P_{ab} - p_a - p_b)$$

přidáme do (2.7) čtyřintegraci přes  $d^4P_{ab}$ . K prointegrovaní přes  $dp_a$  a  $d^3p_b$  použijeme stejného postupu jako v sekci 2.2. K tomu vybereme těžišťový systém částic  $a$  a  $b$ . Veličiny vyjádřené vůči tomuto souřadnému systému budeme označovat dvěma hvězdičkami,  $(ab)^{**}$ . Pak  $\mathbf{P}_{ab}^{**} = 0$ . Provedeme tuto částečnou integraci přes  $dp_a^{**}$  a  $d^3p_b^{**}$ . Dále vybereme těžišťový systém částic  $a$ ,  $b$  a  $c$ . Veličiny vyjádřené vůči tomuto souřadnému systému budeme označovat jednou hvězdičkou,  $(abc)^*$ . Pak  $\mathbf{P}_I^* = 0$  a tedy  $\mathbf{P}_{ab}^* = -\mathbf{p}_c^*$ . Element  $d^4P_{ab}^*$  přepíšeme na  $d^3P_{ab}^* dE_{ab}^*$ , kde  $dE_{ab}^* = M_{ab} dM_{ab}/E_{ab}^*$  a  $M_{ab} = \sqrt{P_{ab}^2}$  je invariantní hmotnost systému částic  $a$  a  $b$ . Analogicky dle předchozí integrace přes  $dp_a^{**}$  a  $d^3p_b^{**}$  provedeme integraci přes  $dp_c^*$  a  $d^3P_{ab}^*$ . Celkově tedy pro reakční výtěžek získáváme vztah

$$R = \frac{1}{2^3(2\pi)^5} \int d\Phi_I \frac{1}{\sqrt{s}} \int dM_{ab} \hat{p}_a^{**} \hat{p}_c^* \int d\Omega_a^{**} \int d\Omega_c^* \times \\ F_a(E_a) F_b(E_b) F_c(E_c) \sum_{\lambda_1, \dots, \lambda_I} \sum_{\lambda_a, \lambda_b, \lambda_c} |\mathcal{M}_{I \rightarrow 3}''|^2, \quad (2.8)$$

kde  $s$  je kvadrát celkové energie počátečních částic v jejich těžišťovém systému,  $\hat{p}_a^{**}(M_{ab}^2, m_a^2, m_b^2)$  a  $\hat{p}_c^*(s, M_{ab}^2, m_c^2)$  mají podobný význam jako  $\hat{p}_a^*(s, m_a^2, m_b^2)$  dané vztahem (2.4),  $d\Omega_a^{**}$  a  $d\Omega_c^*$  jsou elementy prostorového úhlu částic  $a$ , resp.  $c$  v těžišťovém systému  $(ab)^{**}$ , resp.  $(abc)^*$ . V amplitudě rozptylu  $\mathcal{M}_{I \rightarrow 3}''$  díky zákonům zachování došlo k následujícím substitucím:  $\mathbf{p}_b^{**} \rightarrow -\mathbf{p}_a^{**}$  a  $\mathbf{P}_{ab}^* \rightarrow -\mathbf{p}_c^*$ . Energie koncových částic v systému tepelné lázně  $E_a$ ,  $E_b$ ,  $E_c$  jsou dány vztahy  $E_{a,b} = M_{ab}^{-1/2} [E_{ab} E_{a,b}^{**} \pm \mathbf{P}_{ab} \cdot \mathbf{p}_a^{**}]$ ,  $E_c = s^{-1/2} [E_I E_c^* + \mathbf{P}_I \cdot \mathbf{p}_c^*]$ , kde  $E_I$  a  $\mathbf{P}_I$  jsou celková energie a hybnost počátečních částic a  $E_{ab} = E_a + E_b = E_I - E_c$  a  $\mathbf{P}_{ab} = \mathbf{p}_a + \mathbf{p}_b = \mathbf{P}_I - \mathbf{p}_c$  celková energie a hybnost systému částic  $a$  a  $b$  v systému termální lázně.

## 2.4 Další charakteristiky částic

Jednou z charakteristik částice nacházející se v tepelné rovnováze se systémem je tzv. **střední srážková frekvence**  $\bar{\nu}$ . Ta udává střední počet srážek dané částice

za jednotku času. S reakčním výtěžkem je tedy v relaci

$$\bar{\nu} = \frac{R}{n}, \quad (2.9)$$

kde  $n$  je hustota vyšetřované (počáteční) částice. Ta je dána vztahem

$$n = g \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} f(E), \quad (2.10)$$

kde  $g$  je degenerační stupeň částice. Platí  $g = (2I + 1)(2J + 1)$ , kde  $I$  je izospin a  $J$  spin studované částice.

**Střední kolizní šířka** dané částice  $\bar{\Gamma}$  souvisí s její střední srážkovou frekvencí  $\bar{\nu}$  v soustavě jednotek SI vztahem

$$\bar{\Gamma} = \hbar \bar{\nu}. \quad (2.11)$$

Další charakteristickou veličinou pro částici pohybující se v tepelné lázni je tzv. **střední volná dráha**  $\lambda$ . Ta udává střední vzdálenost mezi dvěma po sobě jdoucími srážkami. Pro střední volnou dráhu termalizované částice platí

$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{\nu}}{\bar{\nu}}, \quad (2.12)$$

kde její střední rychlost  $\bar{v}$  v tepelné lázni je dána vztahem

$$\bar{v} = n^{-1} g \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} f(E) \frac{p}{E}.$$

Uvažujme nyní částici pohybující se v tepelné lázni se zadanou energií  $E_1$ . Lze ukázat, že pro **kolizní šířku netermalizované částice**  $\Gamma_1$  indukovanou binárními srážkami platí

$$\Gamma_1 = \frac{1}{2g_1 E_1} \int d\Phi_2 \int d\Phi_{ab} (2\pi)^4 \delta(p_1 + p_2 - p_a - p_b) \sum_{\lambda_1, \lambda_2} \sum_{\lambda_a, \lambda_b} |\mathcal{M}_{1+2 \rightarrow a+b}|^2, \quad (2.13)$$

kde význam veličin  $d\Phi_2$  a  $d\Phi_{ab}$  je dán vztahy

$$d\Phi_2 = \frac{d^3p_2}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_2} f_2(E_2) \quad \text{a} \quad d\Phi_{ab} = \prod_{f=a,b} \frac{d^3p_f}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_f} F_f(E_f).$$

Ze vztahu (2.13) se vychází v kapitole 4 při výpočtu kolizní šířky kaonu. Pro další použití si zde ještě provedeme jeho částečnou integraci. Přepíšme  $\Gamma_1$  na tvar

$$\Gamma_1 = \frac{2\pi}{2g_1 E_1} \int d\Phi_2 F_{out}, \quad (2.14)$$

kde  $F_{out}$  je dáno vztahem (2.3) v němž  $I = 2$  a tedy  $P_I = p_1 + p_2$ . Využitím postupu v článku 2.2 pro úpravu  $F_{out}$  a jeho dosazením do vztahu (2.14) získáváme

$$\Gamma_1 = \frac{1}{32\pi^2 g_1 E_1} \int d\Phi_2 \frac{\hat{p}_a^*}{\sqrt{s}} F_a(E_a) F_b(E_b) \int d\Omega_a^* \sum_{\lambda_1, \lambda_2} \sum_{\lambda_a, \lambda_b} |\mathcal{M}_{1+2 \rightarrow a+b}|^2. \quad (2.15)$$

## Kapitola 3

# Mezon $\phi$ v hadronovém plynu

Jak již bylo řečeno, vektorové mezony hrají důležitou roli při studiu vlastností hmoty vytvořené ultrarelativistickými srážkami těžkých iontů. V tomto směru má  $\phi$  mezon jako sonda zvláštní postavení. Jeho výhodou je, že se v hmotnostním spektru nekryje s podobnými částicemi, jako např.  $\rho(770)$  a  $\omega(782)$ . Další výhodou je, že poskytuje oba signály; elektromagnetický i hadronový. Rozpadá se především na kaonový pár (nabitý i nenabitý) a vzácněji pak na  $e^+e^-$  nebo  $\mu^+\mu^-$ . Oba kanály byly detekovány na SPS v CERNu [10].

Celková rozpadová šířka  $\phi$  mezonu ve vakuu je  $\Gamma = 4.26 \pm 0.05$  MeV [11]. Tedy střední doba života je  $\tau \sim 1.55 \times 10^{-22}$  s neboli  $c\tau \sim 46.3$  fm. Čili doba života je relativně dlouhá. Při srážkách těžkých iontů je transverzální velikost vzniklého systému zhruba rovna  $R \simeq 1.2 \text{ fm} \times A^{1/3}$ , kde  $A$  je hmotnostní číslo projektilu (urychleného iontu). Současné experimenty s těžkými svazky dosahují  $R$  okolo 10 fm. Mezon  $\phi$  je považován, díky malému účinnému průřezu v procesech s nepodivnými hadrony, za málo interaktivní částici. Podaří se mu projít celý systém bez toho, aby došlo ke srážce nebo rozptylu? V hmotném prostředí o teplotách kolem hmotnosti pionu a výše dochází k rozšíření rozpadové šířky částice díky intenzivní interakci s ostatními částicemi, poněvadž hustoty jsou téměř jeden hadron/fm<sup>3</sup>. Otázkou je, zda i střední volná dráha takové částice je řádově femtometr. Lze totiž očekávat různé výsledky v závislosti na tom, jestli jeho střední volná dráha je menší, stejná nebo větší než  $R$ . Celková střední volná dráha částice je rovna součtu všech jejich dílčích středních volných drah příslušných různým reakcím. Většinou je počítána z několika reakcí dávajících dominantní příspěvek. Vlastnosti  $\phi$  mezonu byly studovány v různých pracích [12, 13, 14, 15]. Jeho střední kolizní šířka byla počítána z binárních reakcí, tj.  $\phi + 2 \rightarrow a + b$ . Výsledky naznačují, že díky srážkám  $\phi$  mezonu s ostatními částicemi systému dochází k jeho rozpadu uvnitř systému.

V úvodní kapitole jsme se zmínili, že pokud vystupuje v počátečním nebo koncovém stavu rezonance, nemusí být přiblížení binárních reakcí vhodné. Rezonanci totiž musíme přiřadit jistou pevnou hmotnost, která však může být ve skutečnosti značně rozmazána. Proto je vhodnější uvažovat tuto rezonanci jako systém

složený z více částic. Přesněji řečeno, místo pohybu částice  $\phi$  v plynu obsahujícího rezonance  $X$  budeme počítat pohyb  $\phi$  v plynu obsahující částice, na které se rezonance  $X$  nejčastěji rozpadá. Místo reakcí s rezonancemi budeme počítat reakce s více částicemi (a to v počátečním nebo i koncovém stavu). Výpočty binárních reakcí s rezonancemi mohou v těchto případech sloužit jako první přiblížení.

V této kapitole bude naším hlavním cílem spočtení střední kolizní šířky  $\phi$  mezonu v reakcích  $2 \rightarrow 2$ ,  $2 \rightarrow 3$ ,  $3 \rightarrow 2$  a  $3 \rightarrow 3$ . Jako základní reakci vezmeme

$$\phi K^* \rightarrow \pi K^*. \quad (3.1)$$

V tomto procesu vystupuje rezonance<sup>1</sup>  $K^*(892)$  v počátečním i koncovém stavu. Její hmotnost je  $m = 893.83 \pm 0.26$  MeV, celková rozpadová šířka<sup>2</sup>  $\Gamma = 50.55 \pm 0.75$  MeV a rozpadá se téměř výhradně kanálem  $K^* \rightarrow K\pi$  [11]. Tuto rezonanci postupně nahradíme dvojicí částic  $K$  a  $\pi$ . Nahrazení provedeme nejdříve pro  $K^*$  v koncovém stavu

$$\phi K^* \rightarrow \pi K\pi, \quad (3.2)$$

pak v počátečním stavu

$$\phi K\pi \rightarrow \pi K^* \quad (3.3)$$

a nakonec v obou stavech

$$\phi K\pi \rightarrow \pi K\pi. \quad (3.4)$$

Společným rysem všech reakcí s přidáním třetí částice je posunutí prahové energie koncového, počátečního nebo obou stavů. Dále dochází k přidávaným interferencím. Lze prohodit koncové piony nebo počáteční a koncový pion nebo kaon, popř. jejich kombinace. Abychom lépe viděli, které diagramy v procesech se třemi částicemi hrají dominantní roli, provedeme u těchto reakcí dodatečné dělení. Zavedeme index reakce, který má následující význam: 1) index  $s$  - do amplitudy reakce jsou zahrnuty pouze Feynmanovy diagramy, kde rezonance  $K^*$  vzniká nebo zaniká s kanálem, 2) bez indexu - zahrnutí všech diagramů s tříčásticovými vertexy, 3) index  $c$  - k případu 2) jsou přidány i diagramy se čtyřčásticovými vertexy (tzv. kontaktní diagramy). V případě reakce (3.2) přístup 1) a 2) splývá.

Podle (2.11) a s využitím (2.9) pro střední kolizní šířku  $\phi$  mezonu platí

$$\bar{\Gamma}_\phi = n_\phi^{-1} R_{I \rightarrow F}, \quad (3.5)$$

kde  $n_\phi$  je hustota  $\phi$  mezonu v tepelné lázni daná vztahem (2.10) v němž  $g_\phi = 3$ , protože mezon  $\phi$  je izosingletní vektorová částice. K vyčíslení integrálu pro reakční výtěžek  $R_{I \rightarrow F}$  použijeme numerickou metodu Monte Carlo.

K popisu interakce  $\phi$  mezonu s pseudoskalárními a vektorovými mezony použijeme Lagrangiány z [14], které jsou založeny na modelu skryté lokální symetrie

<sup>1</sup>Mezon  $\phi$  je také rezonance. Jeho rozpadová šířka je však o řád menší než u částice  $K^*$ .

<sup>2</sup>Hmotnost a celková rozpadová šířka jsou zprůměrovány přes nábojové stavy částice.

[16]. Uvažujeme pouze stromové diagramy. Vyměňovanými částicemi jsou pouze pseudoskalární a vektorový kaon. Používáme propagátory ve tvaru

$$\begin{aligned}
P_K(s) &= i \frac{1}{s - m_K^2 + i m_K [\Gamma_K(s) + \Gamma_K^{coll}(m_{K_v}, E_K; T)]}, \\
P_{K^*}^{\mu\nu}(s) &= i \frac{-g^{\mu\nu} + P^\mu P^\nu / m_{K^*}^2}{s - m_{K^*}^2 + i m_{K^*} \Gamma_{K^*}(s)},
\end{aligned} \tag{3.6}$$

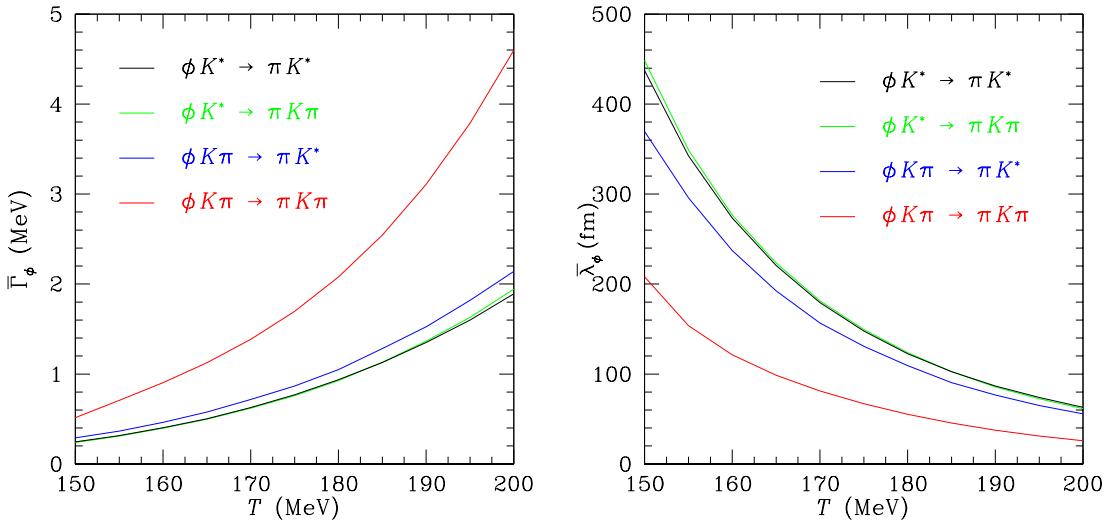
kde celkové rozpadové šířky  $\Gamma_K(s)$ ,  $\Gamma_{K^*}(s)$  jsou dány součtem sedmi, resp. osmi dílčích rozpadových šířek. Kolizní šířka kaonu  $\Gamma_K^{coll}(m_{K_v}, E_K; T)$  je funkcí invariantní hmotnosti  $m_{K_v} = \sqrt{s}$  a kinetické energie kaonu  $E_K$  a dále teploty tepelné lázně v níž se kaon pohybuje. Zahnutí kolizní šířky kaonu do vztahu (3.6) je nevyhnutelné. V procesech, kde vystupují tři částice v počátečním nebo koncovém stavu, může totiž oproti případu  $\phi K^* \rightarrow \pi K^*$  dojít k situaci, kdy vyměňovaný pseudoskalární kaon se dostane na hmotovou nadplochu. Rozpadová šířka  $\Gamma_K(s)$  je v oblasti  $s \simeq m_K^2$  nulová, protože ještě není otevřen žádný silný rozpadový kanál. Proto je nutné k samotné rozpadové šířce  $\Gamma_K(s)$  v (3.6) připočítat ještě kolizní šířku kaonu  $\Gamma_K^{coll}(m_{K_v}, E_K; T)$ . Ta je indukována srážkami virtuálního kaonu s ostatními částicemi prostředí. Jejím výpočtu se věnuje kapitola 4.

### 3.1 Hlavní výsledky

Tabulka 3.1 shrnuje numerické hodnoty střední kolizní šířky  $\phi$  mezonu ze všech počítaných reakcí pro dvě vybrané teploty tepelné lázně, jmenovitě  $T = 150$  MeV a  $T = 200$  MeV. Všimněme si, že pro reakci  $\phi K\pi \rightarrow \pi K\pi$  při teplotě  $T = 200$  MeV (mimo případ s indexem  $s$ ) je střední kolizní šířka  $\phi$  mezonu srovnatelná s jeho rozpadovou šířkou  $\Gamma_\phi = 4.26 \pm 0.05$  MeV. Ostatní kolizní šířky jsou při této teplotě zhruba poloviční. Přínos kontaktních členů k celkové kolizní šířce je nepatrný. Při jejich zanedbání klesne kolizní šířka o méně než 1 % u reakcí  $\phi K^* \rightarrow \pi K\pi$  a  $\phi K\pi \rightarrow \pi K^*$  a o méně než 2 % u reakce  $\phi K\pi \rightarrow \pi K\pi$  (pro všechny uvažované teploty). Graficky je výsledná střední kolizní šířka  $\phi$  mezonu znázorněna na obr. 3.1 vlevo. Jsou vykresleny pouze reakce s indexem  $c$  (kromě základní reakce (3.1)). Z obrázku je patrné, že střední kolizní šířka s rostoucí teplotou monotónně roste. Výsledky jsou si zhruba rovny až na jeden případ. Tím je reakce, kde vystupují v počátečním i koncovém stavu tři částice. Její křivka je přibližně 2.3 krát vyšší než křivky ostatních reakcí. To naznačuje, že rezonance  $K^*$  není tak úzká jak se obecně předpokládá. Místo pohybu  $\phi$  mezonu v termalizovaném plynu sestávajícího z částic  $K^*$  by bylo vhodnější uvažovat plyn sestávající z pseudoskalárních pionů a kaonů. Jak zde bylo spočteno, tyto rozdílné přístupy mohou vést na více než stoprocentně rozdílné výsledky. Bylo by zajímavé spočítat další reakce v nichž vystupuje rezonance  $K^*$ . Popřípadě i reakce s jinými rezonancemi. Na obr. 3.1 vpravo je zobrazena střední volná dráha (2.12)  $\phi$  mezonu odpovídající příslušným reakcím.

Tabulka 3.1: Střední kolizní šířka  $\phi$  mezonu z daných reakcí pro teplotu tepelné lázně  $T = 150$  MeV a  $T = 200$  MeV. Význam indexu reakce je popsán v textu. U každé reakce je uveden i její celkový počet realizací. Při výpočtu metodou Monte Carlo byla pro všechny reakce použita stejná sekvence jednoho miliónu náhodných čísel.

reakce	index	počet	střední kolizní šířka $\bar{\Gamma}_\phi$ (MeV)	
			T = 150 MeV	T = 200 MeV
$\phi K^* \rightarrow \pi K^*$		8	$0.2470 \pm 0.0004$	$1.904 \pm 0.004$
$\phi K^* \rightarrow \pi K\pi$		12	$0.2375 \pm 0.0015$	$1.940 \pm 0.013$
$\phi K^* \rightarrow \pi K\pi$	<i>c</i>	12	$0.2387 \pm 0.0015$	$1.952 \pm 0.013$
$\phi K\pi \rightarrow \pi K^*$	<i>s</i>	16	$0.2233 \pm 0.0013$	$1.873 \pm 0.011$
$\phi K\pi \rightarrow \pi K^*$		20	$0.2879 \pm 0.0016$	$2.124 \pm 0.011$
$\phi K\pi \rightarrow \pi K^*$	<i>c</i>	20	$0.2903 \pm 0.0016$	$2.142 \pm 0.011$
$\phi K\pi \rightarrow \pi K\pi$	<i>s</i>	24	$0.2155 \pm 0.0042$	$1.871 \pm 0.026$
$\phi K\pi \rightarrow \pi K\pi$		32	$0.5114 \pm 0.0099$	$4.528 \pm 0.148$
$\phi K\pi \rightarrow \pi K\pi$	<i>c</i>	32	$0.5201 \pm 0.0101$	$4.606 \pm 0.150$



Obrázek 3.1: Střední kolizní šířka (vlevo) a střední volná dráha  $\phi$  mezonu indukovaná uvedenými reakcemi jako funkce teploty tepelné lázně v níž se  $\phi$  pohybuje.

# Kapitola 4

## Kolizní šířka kaonu

Kaon je z hlediska silných interakcí považován za stabilní částici. Rozpadová šířka  $\Gamma_K(s)$  je v oblasti  $s \simeq m_K^2$  nulová, protože není otevřen žádný silný rozpadový kanál. V některých reakcích se však vyměňovaný virtuální kaon může občas dostat na hmotovou nadplochu, což pak z principu znemožní výpočet. Probíhá-li reakce v hmotném prostředí, získává virtuální kaon ve svém propagátoru imaginární část, která má souvislost s kolizní šířkou částice. Konstantní šířka  $\Gamma_K \sim 20$  MeV byla použita např. v [17]. Volba této velikosti se opírá o výsledky uvedené v práci [18], která se zabývala modifikací vlastností kaonu v horkém hadronovém prostředí. Nekonstantní kolizní šířka  $\Gamma_K^{coll}(E, T)$  byla použita např. v [12]. Ta je funkcí celkové energie kaonu a dále teploty tepelné lázně v níž se kaon pohybuje. Není zde však řečeno, co se pod celkovou energií virtuální částice myslí. Není jasná vazba mezi energií—hybností—hmotností virtuální částice. Navíc uvedená kolizní šířka platí pouze pro kolineární srážky částic.

V této kapitole přistupujeme ke kolizní šířce kaonu  $\Gamma_K^{coll}(m_{K_v}, E_K; T)$  jako funkci invariantní hmotnosti  $m_{K_v} = \sqrt{s}$  a kinetické energie  $E_K = E - m_{K_v}$  virtuálního kaonu a dále teploty tepelné lázně  $T$  v níž se kaon pohybuje. Celková energie kaonu  $E$  je dána absolutní hodnotou ze součtu energií všech částic v jednom z vertexů s virtuálním kaonem,  $E = |\sum_j P_j^0|$ . Pro kvadrát tříhybnosti kaonu pak platí  $p^2 = E^2 - m_{K_v}^2$ . Pro  $s < 0$  klademe  $\Gamma_K^{coll} = 0$ . Celková kolizní šířka  $\Gamma_K^{coll}(m_{K_v}, E_K; T)$  je dána součtem všech dílčích kolizních šířek z různých reakcí. V našem případě budeme uvažovat pohyb kaonu v termální lázni pionů a kaonů. Kolizní šířku spočteme pouze z dominantních procesů typu  $K + 2 \rightarrow a + b$ . Konkrétně pro  $K\pi \rightarrow K\pi$ ,  $K\bar{K} \rightarrow \pi\pi$  a  $KK \rightarrow KK$ . Vztah pro kolizní šířku netermalizované částice indukovanou binárními reakcemi je uveden v článku 2.4. Přepíšeme vztah (2.15) pro náš případ na tvar

$$\Gamma_K^{coll} = \frac{1}{32\pi^2 g(E_K + m_{K_v})} \int d\Phi_2 \frac{\hat{p}_a^*}{\sqrt{s}} F_a(E_a) F_b(E_b) \int d\Omega_a^* |\mathcal{M}_{K+2 \rightarrow a+b}|^2, \quad (4.1)$$

kde stupeň degenerace v dalším klademe  $g = 1$ , protože kaon je pseudoskalární

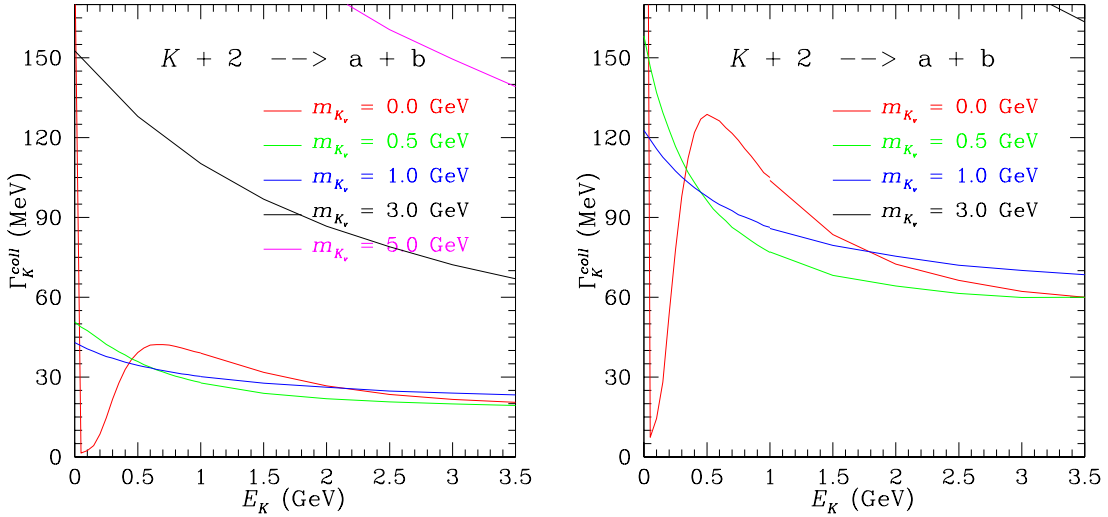
částice a

$$d\Phi_2 = \frac{d^3p_2}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_2} f_2(E_2).$$

Výpočet provedeme opět metodou Monte Carlo.

## 4.1 Hlavní výsledky

Celková kolizní šířka kaonu v binárních reakcích  $K + 2 \rightarrow a + b$  je v našem případě dána součtem tří dílčích kolizních šířek, jmenovitě z reakcí  $K\pi \rightarrow K\pi$ ,  $K\bar{K} \rightarrow \pi\pi$  a  $KK \rightarrow KK$ . Největší příspěvek dává kolizní šířka z první reakce. Výsledná šířka je pro dvě různé teploty zobrazena na obr. 4.1. Pro nulovou invariantní hmotnost kaonu má křivka kolizní šířky pík, který s rostoucí hmotností ustupuje vlevo a jeho maximum roste. Při nižších hodnotách invariantní hmotnosti ( $m_{K_v} < 0.8$  GeV) a vyšších hodnotách kinetické energie (křivka od píku napravo) má kolizní šířka kaonu klesající tendenci. Mimo tento případ lze říci, že s rostoucí invariantní hmotností kaonu roste i jeho kolizní šířka. Ta také roste při vzrůstající teplotě tepelné lázně. Ostrý pík v nule pochází z reakce  $K\bar{K} \rightarrow \pi\pi$ . Je zapříčiněn tím, že i v limitě nulové celkové energie virtuálního kaonu může proces probíhat, protože  $m_K > 2m_\pi$ . Pík má v nule konečnou hodnotu a s rostoucí invariantní hmotností rychle klesá (např.  $\Gamma_K^{coll}(1\text{MeV}, 0; 200\text{MeV}) \doteq 123$  MeV). Tato kolizní šířka kaonu byla využita ve třetí kapitole při výpočtu střední kolizní šířky  $\phi$  mezonu, kde z důvodu zkrácení výpočetního času je kolizní šířka kaonu v propagátoru (3.6) dopočítávána lineární aproximací z hodnot v předem napočtených bodech.



Obrázek 4.1: Závislost celkové kolizní šířky kaonu  $\Gamma_K^{coll}$  na jeho kinetické energii  $E_K$  pro vybrané invariantní hmotnosti ( $m_{K_v} = 0, 0.5, 1, 3, 5$  GeV) při teplotě tepelné lázně  $T = 150$  MeV (vlevo) a  $T = 200$  MeV.

# Kapitola 5

## Produkce dileptonů v interakcích mezi piony

Pod pojmem *dilepton* rozumíme pár lepton  $l$  a antilepton  $\bar{l}$ , např. elektron a pozitron. Při vysokoenergetických srážkách těžkých iontů vznikají horké a husté systémy tisíců částic. Jejich interakcemi vznikají mimo jiné také dileptony. Ty jsou buď produkovány samostatně nebo spolu s dalšími částicemi. Mohou vznikat ze srážek nebo z rozpadů částic. Pocházejí-li dileptony ze srážek částic, pak hovoříme o tzv. přímých dileptonech. Jejich detekcí získáváme informaci o vlastnostech systému vytvořeného vysokoenergetickou srážkou těžkých iontů. Dileptony mohou pocházet ze dvou zdrojů: (i) kvark-gluonová plazma, (ii) hadronový plyn.

Zabývejme se dále reakčním výtěžkem dileptonů z hadronového plynu. Reakci dileptonů lze počítat např. z binárních reakcí jako např.  $\pi\rho \rightarrow e^+e^-$ ,  $\pi^0\omega \rightarrow e^+e^-$ ,  $\pi^0\phi \rightarrow e^+e^-$  [19] nebo  $\pi a_1 \rightarrow e^+e^-$ ,  $\rho^+\rho^- \rightarrow e^+e^-$  [20]. Rezonance v počátečních stavech jsou zde brány v tzv. úzké aproximaci. Jak již bylo zmíněno v úvodu, bylo by vhodnější počítat tyto srážky s rezonancemi jako srážky s více částicemi v počátečním stavu. To z toho důvodu, že takto lépe vystihneme tu skutečnost, že rezonance nemusí mít vždy svou nominální hmotnost a dále podchytíme případné interference, ke kterým může ve vícečásticových systémech snadněji docházet. Každá rezonance ve výše uvedených srážkách se dá nahradit systémem pionů. Reakční výtěžky dileptonů pro některé třípionové reakce typu  $1 + 2 + 3 \rightarrow l + \bar{l}$  a  $1 + 2 \rightarrow 3 + (l + \bar{l})$  byly spočteny např. v [21].

Nedávný NA60 experiment naměřil s nebývalou přesností produkci mionových dileptonů (tzv. *dimionů*) v In-In kolizích [22]. To zvýšilo obecný zájem o produkci dileptonů, neboť přesný experiment je vždy výzvou teoretickým modelům. Nadbytek produkce dimionů v těchto spektrech při invariantních hmotnostech  $M > 0.9$  GeV je připisováno čtyřpionovým anihilacím [23]. V současné době jsou však teoretické výpočty reakčních výtěžků dileptonů z hadronového plynu se čtyřmi piony v počátečním stavu omezeny neznalostí interakčního Lagrangiánu  $a_1\rho\pi$  [24, 25]. Proto jsme se nejdříve místo samotného výpočtu produkce dileptonů zaměřili na bližší určení tohoto Lagrangiánu. K tomuto účelu jsme navrhli

způsob, jak tento interakční Lagrangian najít a tím udělat předpovědi produkce dileptonů spolehlivější. Idea spočívá ve fitování modelu  $a_1\rho\pi$  interakce na experimentální data účinného průřezu opačného procesu. Tedy procesu anihilace elektronu s pozitronem na čtyři piony. Účinný průřez této reakce byl změřen několika laboratořemi (např. viz [26, obr. 10]). Výsledky fitování modelu s volnými parametry na tato data byly publikovány ve dvou člancích, které vyšly ve *Physical Review D*. Jejich názvy jsou uvedeny v příloze A. Shrnutí těchto výsledků přináší následující článek.

## 5.1 Elektron-pozitronová anihilace na čtyři piony

V této části přinášíme shrnutí dvou publikovaných článků ([a] a [b] v příloze A), ve kterých jsme se zabývali především zpřesněním modelu  $a_1\rho\pi$  interakce. Interakci částic  $a_1$ ,  $\rho$  a  $\pi$  modelujeme následujícím fenomenologickým Lagrangianem

$$\mathcal{L}_{a_1\rho\pi} = \frac{g_{a_1\rho\pi}}{\sqrt{2}} (\mathcal{L}_1 \cos \theta + \mathcal{L}_2 \sin \theta), \quad (5.1)$$

kde  $g_{a_1\rho\pi}$  a  $\theta$  (resp.  $\sin \theta$ ) jsou volné parametry modelu,

$$\mathcal{L}_1 = \mathbf{A}^\mu \cdot (\mathbf{V}_{\mu\nu} \times \partial^\nu \phi), \quad (5.2)$$

$$\mathcal{L}_2 = \mathbf{V}_{\mu\nu} \cdot (\partial^\mu \mathbf{A}^\nu \times \phi) \quad (5.3)$$

a  $\mathbf{V}_{\mu\nu} = \partial_\mu \mathbf{V}_\nu - \partial_\nu \mathbf{V}_\mu$ . Izovektor obsahující polní operátory příslušející mezony  $\rho$  je označen jako  $\mathbf{V}_\mu$ ; podobně pro  $\pi$  a  $a_1$  je označení  $\phi$  a  $\mathbf{A}^\mu$ . Členy (5.2) a (5.3) jsou používány v různých kombinacích, popř. i samotné. Z výše uvedeného Lagrangianu plyne pro rozpadovou šířku  $a_1 \rightarrow \rho\pi$  vztah

$$\Gamma_{a_1 \rightarrow \rho\pi} = g_{a_1\rho\pi}^2 f(\sin \theta),$$

kde  $f(\sin \theta)$  je zde blíže nspecifikovaná funkce parametru  $\sin \theta$ . Předpokládáme, že tato dílčí šířka reprezentuje celkovou šířku  $a_1$ . Volné parametry  $g_{a_1\rho\pi}$  a  $\sin \theta$  určíme ze dvou požadavků: i) zpětné získání správné rozpadové šířky  $\Gamma_{a_1}$ , ii) nejlepší možný fit na experimentální data účinného průřezu reakce  $e^+e^- \rightarrow 4\pi$ . Anihilace elektronu s pozitronem na čtyři piony má dva kanály: i) nabitý  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$  a ii) smíšený  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ . Oba kanály byly studovány několika autory, ale vždy byl vybrán model s fixními parametry. Experimentální data nabitého kanálu jsou přesnější. Proto nejdříve fitujeme model na tato data.

### Fit na data nabitého kanálu

V tomto případě počítáme závislost účinného průřezu nabitého kanálu na vstupní energii kolidujících částic (excitační křivku) nejdříve pomocí tří existujících modelů, ozn. ESK [27], PB/HG [28] a AK [29]. Tyto modely uvažují v intermediálních stavech pouze piony a  $\rho$  mezony. Vybrali jsme dvě sady experimentálních

Tabulka 5.1:  $\chi^2/\text{NDF}$  z fitu na soubor dat CMD-2 a BaBar-LE doplněná datem  $D/S$  ratio (celkem 28 dat).

$\Gamma_{a_1}$ (MeV)	ESK [27]	PB/HG [28]	AK [29]	pouze $a_1$ (5.1)
250	3.66	1.95	1.99	1.96
400	1.98	1.34	1.33	1.48
600	1.65	1.20	1.18	1.41
pouze $\rho, \pi$	9.4	10.4	10.3	–

dat: CMD-2 data [30] (celkem 11 dat<sup>1</sup> pokrývající oblast 0.765 – 0.970 GeV) a BaBar data [31] (celkem 144 dat pokrývající oblast 0.6125 – 4.4500 GeV). Energetickou oblast jsme rozdělili na dvě části: i) nízké energie  $\sqrt{s} < 1$  GeV, zde patří CMD-2 data a dále data BaBar do 1 GeV (ozn. BaBar-LE, 16 dat) a ii) vyšší energie, kde bereme pouze BaBar data v jejich celém rozsahu. Excitační křivku spočtenou na základě třech existujících modelů porovnáváme nejdříve se samotnými CMD-2 daty a dále je kombinujeme s BaBar-LE daty. V tomto případě není v originálních modelech žádný volný parametr. Výsledky s těmito modely jsou neuspokojivé, viz spodní řádek v tabulce 5.1. Proto tyto modely doplňujeme o intermediální stavy s  $a_1$ , popsané Lagrangianem (5.1). Protože je rozpadová šířka  $\Gamma_{a_1}$  známa nepřesně, bereme v úvahu postupně její tři hodnoty, jmenovitě 250, 400 a 600 MeV. Fit provádíme opět na CMD-2 data a pak na soubor dat CMD-2 a BaBar-LE. Nakonec přidáváme další experimentální dato, a to poměr  $D$ -vlny ku  $S$ -vlně amplitudy rozpadu  $a_1 \rightarrow \rho\pi$ , ozn.  $D/S$  ratio [32]. Výsledky fitu na celý soubor dat shrnuje tabulka 5.1. Zahrnutí intermediálních stavů s  $a_1$  zlepšuje fit výrazně. Je preferována rozpadová šířka  $\Gamma_{a_1} = 600$  MeV. Dokonce samotný model  $a_1$  daný Lagrangianem (5.1) popisuje experimentální data obstojně. Zahrnutí originálních modelů k  $a_1$  modelu fit převážně ještě zlepšuje.

Při fitu excitační křivky na data vyšších energií (BaBar data až do 4.5 GeV) uvažujeme pouze rozpadovou šířku  $\Gamma_{a_1} = 600$  MeV. Při těchto energiích je již nutné vzít v úvahu i těžší  $\rho$  rezonance. Konkrétně počítáme s rezonancemi  $\rho(1450)$  a  $\rho(1700)$ . S tím souvisí zavedení nových volných parametrů do modelu. V úvahu bylo vzato také experimentální dato  $D/S$  ratio. Dosažený fit pro všechny modely je výborný. Pro ESK model získáváme  $\chi^2/\text{NDF} = 1.21$ , pro ostatní modely pak  $\chi^2/\text{NDF} = 1.12$ . Originální modely ovlivňují samotný model  $a_1$  jen nepatrně. Intermediální stavy s  $a_1$  mezonem zde hrají dominantní roli.

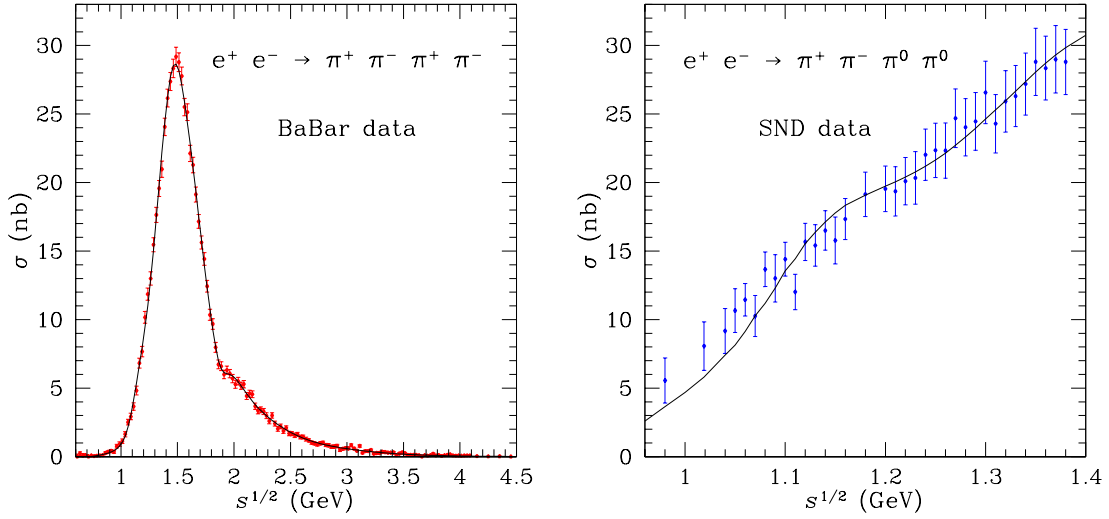
<sup>1</sup>Dvě první data jsme již vyřadili, protože dávají pouze horní hranici účinného průřezu.

## Fit na data smíšeného kanálu

Za experimentální data v tomto případě byla vybrána SND data [33] (celkem 35 dat pokrývající oblast 0.980 – 1.380 GeV). Výpočet excitační křivky na tato data provádíme nejdříve pro samotný model  $a_1$ , protože v případě fitu na data nabitého kanálu vyšších energií popisuje tento model sám příslušná data výborně. Nejdříve držíme všechny parametry modelu fixní (jsou dány fitem na data nabitého kanálu). Dosažený výsledek  $\chi^2/\text{NDF} \doteq 59$  je však katastrofální. Je žádoucí přidat k amplitudě tohoto procesu další příspěvky. Nejčastěji je počítáno s intermediálními stavy s  $\omega$  mezonem. I my tak učiníme. Jejich popis provádíme pomocí dvou modelů. První popis je dán modelem ESK, druhý pak modelem ozn. jako PL [21]. Oba modely  $\omega\rho\pi$  interakce neobsahují žádné volné parametry. Nyní je však opět možné určit parametry v modelu považovat za volné. To z toho důvodu, že charakter interakce je oproti samotnému modelu  $a_1$  jiný. Stavy s výměnou mezonů  $a_1$  a  $\omega$  interferují. Příslušné parametry jsou odlišeny, od těch v nabitém kanálu, čárkou. Pro model ESK (tedy model  $a_1$  doplněný intermediálními stavy s  $\omega$  popsané ESK modelem) není možné najít uspokojivý fit,  $\chi^2/\text{NDF} = 2.19$ . Pro model PL jsme získali  $\chi^2/\text{NDF} = 0.82$ . Ve snaze zlepšit výsledek prvního fitu bereme v úvahu také intermediální stavy s mezonem  $h_1(1170)$ . Interakční Lagrangian částic  $h_1$ ,  $\rho$  a  $\pi$  modelujeme podobným způsobem jako interakci částic  $a_1$ ,  $\rho$  a  $\pi$ . Celý model má tedy dva další volné parametry, jejichž hodnoty získáme ze stejných požadavků jako v případě  $a_1\rho\pi$  interakce, tj. reprodukce rozpadové šířky  $\Gamma_{h_1}$  a nejlepší možný fit na SND data. Společné parametry modelů, tedy parametry, které vystupují v popisu dat účinného průřezu nabitého i smíšeného kanálu, jsou fixní. Z nových výsledků je vidět, že zahrnutí částice  $h_1(1170)$  zlepšil fit v případě ESK modelu výrazně,  $\chi^2/\text{NDF} = 1.18$ . V případě PL modelu je výsledek také lepší, ale zlepšení není tak výrazné,  $\chi^2/\text{NDF} = 0.80$ .

## Fit na data obou kanálů

Nyní provedeme simultánní fit obou kanálů reakce  $e^+e^- \rightarrow 4\pi$ . Excitační křivku nabitého kanálu fitujeme na BaBar data [31] a to samotným modelem  $a_1$ . Excitační křivku smíšeného kanálu fitujeme na SND data [33] a to modelem PL (tedy intermediální stavy s  $a_1$ ,  $h_1$  a  $\omega$ ). Data doplníme o experimentální dato  $D/S$  ratio. To je společné oběma kanálům. Celkem máme 180 dat. Rozpadovou šířku  $a_1$  volíme opět  $\Gamma_{a_1} = 600$  MeV. Nyní ve společném modelu nedržíme žádný parametr fixní. Máme celkem patnáct volných reálných parametrů; z nich čtyři se váží k nabitému procesu, pět k smíšenému procesu a šest parametrů je společných pro oba procesy. Získáváme fit s  $\chi^2/\text{NDF} = 1.06$ , čemuž odpovídá tzv. confidence level 28.4%. Výsledné hodnoty parametrů jsou víceméně kompatibilní s hodnotami získanými z jednotlivých samostatných fitů. Excitační křivky jednotlivých kanálů v porovnání s příslušnými experimentálními daty jsou zachyceny na obr. 5.1.



Obrázek 5.1: Porovnání excitačních křivek nabitého (vlevo) a smíšeného kanálu reakce  $e^+e^- \rightarrow 4\pi$  s příslušnými experimentálními daty účinného průřezu.

## 5.2 Hlavní výsledky

Hlavním cílem prováděných fitů bylo bližší určení volných parametrů  $g_{a_1\rho\pi}$  a  $\sin\theta$  interakčního Lagrangiánu (5.1). Parametr  $g_{a_1\rho\pi}$  plyne z  $\Gamma_{a_1}$  a  $\sin\theta$ . V tabulce 5.2 uvádíme souhrn dosažených hodnot pro parametr  $\sin\theta$  v případě fitu samotného modelu  $a_1$  na různé kombinace experimentálních dat. Z tabulky plyne, že parametr  $\sin\theta$  leží v intervalu  $(0.43, 0.52)$ . Simultánní fit obou kanálů dává hodnotu  $\sin\theta \doteq 0.47$  s relativní chybou  $\sim 1\%$ . K přesnějšímu určení tohoto parametru by mohly přispět BaBar data [34], která pokrývají široký energetický interval. Tato data nyní existují pouze v tzv. preliminary formě. Jsou kompatibilní s námi použitými SND daty. Bylo by také zajímavé přibrat do simultánního fitu další proces, např. rozpad  $\tau^- \rightarrow \nu_\tau \pi^- \pi^- \pi^+$ . Náš model  $a_1\rho\pi$  interakce byl použit při výpočtu produkce dimionů v relativistických jaderných srážkách [35].

Tabulka 5.2: Hodnoty parametru  $\sin\theta$  nalezené v případě fitu samotného modelu  $a_1$  na různé kombinace experimentálních dat. Čísla v závorkách udávají chybu.

$\Gamma_{a_1}$ (MeV)	$\sin\theta$	kanál	experimentální data
250-600	0.4330(43)–0.5213(91)	nabitý	CMD-2
250-600	0.4290(28)–0.5129(54)	nabitý	CMD-2, BaBar-LE
250-600	0.4312(35)–0.5132(55)	nabitý	CMD-2, BaBar-LE, $D/S$ ratio
600	0.4603(28)	nabitý	BaBar, $D/S$ ratio
600	0.4662(52)	smíšený	BaBar, SND, $D/S$ ratio

# Reference

- [1] K. Werner, Phys. Rep. **232**, 87 (1993).
- [2] P. Braun-Munzinger and J. Wambach, [arXiv:0801.4256v1](#) (2008).
- [3] E. Shuryak, [arXiv:0804.1373v1](#) (2008).
- [4] H. Hees, [arXiv:0804.4493v1](#) (2008).
- [5] D. K. Srivastava, [arXiv:0805.3401v2](#) (2008).
- [6] G. E. Brown and M. Rho, Phys. Rev. Lett. **66**, 2720 (1991); Phys. Rep. **363**, 85 (2002).
- [7] C. M. Ko and G. Q. Li, J. Phys. G **22**, 1673 (1996).
- [8] R. Rapp and J. Wambach, Adv. Nucl. Phys. **25**, 1 (2000).
- [9] E. V. Shuryak and G. E. Brown, Nucl. Phys. A **717**, 322 (2003).
- [10] S. V. Afanasiev *et al.* (NA49 Collaboration), Phys. Lett. B **491**, 59 (2000); C. Quintans *et al.* (NA50 Collaboration), J. Phys. G **27**, 405 (2001); C. Quintans *et al.* (NA50 Collaboration), J. Phys. G **28**, 1809 (2002); D. Jouan *et al.*, J. Phys. G **30**, S277 (2004).
- [11] W.-M. Yao *et al.*, J. Phys. G **33**, 1 (2006).
- [12] K. Haglin, Nucl. Phys. A **584**, 719 (1995).
- [13] W. Smith and K. L. Haglin, [arXiv:nucl-th/9710026v1](#) (1997).
- [14] L. Alvarez-Ruso and V. Koch, Phys. Rev. C **65**, 054901 (2002).
- [15] K. L. Haglin, [arXiv:nucl-th/0404069v1](#) (2004).
- [16] M. Bando, T. Kugo, and K. Yamawaki, Nucl. Phys. B **259**, 493 (1985).
- [17] C. M. Ko and D. Seibert, Phys. Rev. C **49**, 2198 (1994).
- [18] E. Shuryak and V. Thorsson, Nucl. Phys. A **536**, 739 (1992).

- [19] C. Gale and P. Lichard, Phys. Rev. D **49**, 3338 (1994).
- [20] C. Song, C. M. Ko, and C. Gale, Phys. Rev. D **50**, R1827 (1994).
- [21] P. Lichard, Phys. Rev. D **49**, 5812 (1994).
- [22] R. Arnaldi *et al.* (NA60 Collaboration), Phys. Rev. Lett. **96**, 162302 (2006);  
S. Damjanovic *et al.* (NA60 Collaboration), Nucl. Phys. A **783**, 327 (2007).
- [23] H. Hees and R. Rapp, Phys. Rev. Lett. **97**, 102301 (2006).
- [24] C. Song, Phys. Rev. C **47**, 2861 (1993).
- [25] S. Gao and C. Gale, Phys. Rev. C **57**, 254 (1998).
- [26] V. P. Druzhinin, [arXiv:0710.3455v1](https://arxiv.org/abs/0710.3455v1) (2007).
- [27] S. I. Eidelman, Z. K. Silagadze, and E. A. Kuraev, Phys. Lett. B **346**, 186 (1995).
- [28] R. S. Plant and M. C. Birse, Phys. Lett. B **365**, 292 (1996).
- [29] N. N. Achasov and A. A. Kozhevnikov, Phys. Rev. D **61**, 077904 (2000);  
N. N. Achasov and A. A. Kozhevnikov, Phys. Rev. D **62**, 056011 (2000).
- [30] R. R. Akhmetshin *et al.*, Phys. Lett. B **466**, 392 (1999); R. R. Akhmetshin  
*et al.*, Phys. Lett. B **475**, 190 (2000).
- [31] B. Aubert *et al.* (BaBar Collaboration), Phys. Rev. D **71**, 052001 (2005).
- [32] S. U. Chung *et al.* (BNL/E852 Collaboration), Phys. Rev. D **65**, 072001 (2002).
- [33] M. N. Achasov *et al.*, Zh. Eksp. Teor. Fiz. (123), 899 (2003) [JETP **96**, 789 (2003)].
- [34] A. Petzold (BaBar Collaboration), Report No. SLAC-PUB-12844, 2007.
- [35] J. Ruppert, C. Gale, T. Renk, P. Lichard, and J. I. Kapusta, Phys. Rev. Lett. **100**, 162301 (2008) [[arXiv:0706.1934v3](https://arxiv.org/abs/0706.1934v3)].

# Příloha A

## Seznam souvisejících publikací

- [a] Peter Lichard and **Josef Juráň**: *Electron-positron annihilation into four charged pions and the  $a_1\rho\pi$  Lagrangian*, Phys. Rev. D **76**, 094030 (2007).  
arXiv:hep-ph/0601234v2 (2007)

**citováno v:** (bez autocitací)

- 1) J. Ruppert, T. Renk: *What to learn from dilepton transverse momentum spectra in heavy-ion collisions?*, J. Phys. G **34**, S1047 (2007).  
arXiv:hep-ph/0702012v1 (2007)
  - 2) T. Renk, J. Ruppert: *Dimuon transverse momentum spectra as a tool to characterize the emission region in heavy-ion collisions*, Phys. Rev. C **77**, 024907 (2008).  
arXiv:hep-ph/0612113v1 (2006)
  - 3) E. Tomasi-Gustafsson, G. I. Gakh, C. Adamušćin: *Cross section and polarization observables for the reaction  $e^+ + e^- \rightarrow a_1(1260) + \pi$* , Phys. Rev. C **77**, 065214 (2008).  
arXiv:0803.0706v2 (2008)
  - 4) N. N. Achasov, A. A. Kozhevnikov: *The reaction  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$  at energies  $\sqrt{s} \leq 1$  GeV*.  
arXiv:0803.2972v1 (2008)
- [b] **Josef Juráň** and Peter Lichard: *Joint description of the  $e^+e^-$  annihilation into both four-pion channels*, Phys. Rev. D **78**, 017501 (2008).  
arXiv:0802.4229v2 (2008)

# Příloha B

## Prohlášení

### B.1 Prohlášení autora

Prohlašuji tímto, že můj osobní přínos k společným pracím *Electron-positron annihilation into four charged pions and the  $a_1\rho\pi$  Lagrangian* a *Joint description of the  $e^+e^-$  annihilation into both four-pion channels* spočívá především v nezávislém zhotovení numerických procedur a samostatném provedení výpočtů.

V Opavě dne 8. července 2008.

.....  
RNDr. Josef Juráň

### B.2 Prohlášení spoluautora

Potvrzuji tímto, že přínos RNDr. Josefa Juráně k pracím *Electron-positron annihilation into four charged pions and the  $a_1\rho\pi$  Lagrangian* a *Joint description of the  $e^+e^-$  annihilation into both four-pion channels* je relevantní. Souhlasím s jeho prohlášením na této straně a také se zahrnutím zmíněných prací do jeho disertační práce *Interakce mezonů v hadronovém prostředí a související procesy*.

V Opavě dne 8. července 2008.

.....  
Prof. Ing. Peter Lichard, DrSc.

# Příloha C

## Abstract

The thesis *Interaction of mesons in hadronic medium and related processes* deals with the behaviour and properties of mesons in a hot and dense hadronic medium such as created in the relativistic heavy ion collisions. Firstly, we generally discuss some properties of the particles which have a connection with the motion of the particles in the hadronic medium; concretely the rate, collision width, and mean free path. We derive general formulas for describing such properties. Secondly, we apply these formulas to particular processes.

There is an emphasis on multi-particle reactions in the whole thesis. Collisions among particles forming the hadronic medium are usually calculated as binary reactions. This approach does not need to be accurate in a case if one of colliding particles is a resonance. The resonance has to be assigned by fixed mass which can be in principle largely spread. This fact is usually described by spectral functions which are unfortunately model dependent. Therefore it is more realistic to include a process of the creation of the resonance in collisions of stable particles, e.g. such particles which are decay products of the resonance. This approach takes into account also additional interferences which are mostly ignored. Similarly if the resonance is a final particle. In an experiment the resonance is not observed but the energy and momentum of its decay products are measured. That is why it is suitable to include also the decay of the resonance in the theoretical description of the whole process. Generally it is proper to calculate that collisions with resonances as the multi-particle reactions. The binary reactions can serve as the first approximation in that cases.

Firstly, we calculate the mean collision width of  $\phi$  meson induced by reactions  $\phi K^* \rightarrow \pi K^*$ ,  $\phi K^* \rightarrow \pi K \pi$ ,  $\phi K \pi \rightarrow \pi K^*$ , and  $\phi K \pi \rightarrow \pi K \pi$ . The mean collision width is ascending function of a temperature of the medium. The results of all reactions are similar except one case. The mean collision width of the reaction with three particles in the initial and final state is approximately 2.3 times higher than the others. It can signify that  $K^*$  resonance is not such narrow as it is treated. It would be probably more suitable to calculate the motion of  $\phi$  meson instead in the thermalized gas consisting of particles  $K^*$  rather the gas consisting

of pseudoscalar kaons and pions which can interact among themselves and create resonance  $K^*$ .

Other calculated quantity is the collision width of pseudoscalar kaon with a given energy. Except the energy this collision width is also function of its invariant mass and the temperature of the medium where kaon is propagating. We took into account only collision widths from three binary reactions, namely  $K\pi \rightarrow K\pi$ ,  $KK \rightarrow \pi\pi$ , and  $KK \rightarrow KK$ . The highest contribution comes from the first reaction. This width is increasing function of the invariant mass of kaon and also the temperature of the medium. This quantity can be utilized in the imaginary part of the kaon propagator. Because kaon is stable in the sense of the strong interaction this collision width can prevent calculations from divergences which can occur when exchanged virtual kaon is on the mass shell.

Finally, we investigate a production of dileptons by interactions of pions. The production of prompt dileptons and photons is for a long time considered a powerful tool for investigating the properties of dense systems created in hadronic and nuclear collisions. The theoretical calculations of the dilepton and photon yield from hadron gas are hampered by not uniquely known Lagrangian of the  $a_1\rho\pi$  interaction. That is why we focused our effort to specify this Lagrangian. We suggest one way how to relieve this problem and make the predictions of the dilepton and photon production from hadron gas more reliable. We calculate the excitation curve of the  $e^+e^-$  annihilation into four pions in a resonance model and compare it to the experimental data of the cross section. The dominant  $a_1\pi$  contribution is described by means of a two-component  $a_1\rho\pi$  Lagrangian. Its mixing parameter is determined by fitting the  $\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$  channel, where the  $a_1\pi$  contribution alone is able to describe the data well. In the  $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  channel, the  $\omega\pi$  intermediate states are necessary for getting a good fit. The newly proposed  $h_1\pi$  contribution further improves it. Finally, a common fit to both channels is performed aiming at obtaining a more precise value of the mixing parameter of the  $a_1\rho\pi$  Lagrangian.